

Construction of Gray code for a group based on semidirect-product structure and its application to groups of order 16

著者	Sato Yutaka
発行年	2017
その他のタイトル	半直積構造を持つ群に対するGray符号の構成と位数16の群への応用
学位授与大学	筑波大学 (University of Tsukuba)
学位授与年度	2017
報告番号	12102甲第8400号
URL	http://hdl.handle.net/2241/00152883

氏 名	佐藤 裕			
学 位 の 種 類	博 士 (理学)			
学 位 記 番 号	博 甲 第 8400 号			
学 位 授 与 年 月 日	平成 29年 11月 30日			
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第4条第1項該当			
審 査 研 究 科	数理解物質科学研究科			
学 位 論 文 題 目	Construction of Gray code for a group based on semidirect-product structure and its application to groups of order 16 (半直積構造を持つ群に対する Gray 符号の構成と位数 16 の群への応用)			
主 査	筑波大学准教授	理学博士	坂井公	
副 査	筑波大学教授	理学博士	森田純	
副 査	筑波大学准教授	博士(数学)	塩谷真弘	
副 査	筑波大学准教授	博士(理学)	照井章	

論 文 の 要 旨

符号理論は、情報の記録や通信に使われる理論であり、現代情報社会の基盤をなす重要な研究課題である。これまでの符号に関する研究は、多くが符号化された情報に生じたエラーを検出したり訂正したりすることを研究の主眼としてきており、符号化前の情報の構造は特に考慮していない。これに対して 1947 年に Frank Gray が考案した Gray 符号は、前後に隣接する符号間のハミング距離が必ず1となる特性を持つ。この種の符号法により、符号化前の情報の構造を考慮して、近い情報には近い符号を対応させておけば、エラー発生に対してもその影響が軽減されることが想定される。

2013 年に Reza Sobhani は、群の要素を符号化するにあたって符号化前の情報のある程度符号に反映する手法について論じ、特に、 p を素数とすると、 p 群の上での Gray 符号の構成法として、Type 1 及び Type 2 と呼ぶ 2 種を考案した。どちらも、対象とする群の極大部分群の上に定義された Gray 符号を拡大して、新たな符号を構成する方法であるが、Type 1 は符号長が 2 倍になるという難点があり、Type 2 はうまく構成ができるための条件が厳しすぎて、少数の群に対してしか適用できないものであった。

本論文は、この Sobhani のアイデアを継承・発展させるもので、その研究成果は主に次の 3 点にまとめられる。

1. Sobhani の構成法 Type 1 と Type 2 を実際の 2 群(特に位数 16 の群)に適用して、上の難点を確認した。具体的には、(1) Type 1 はすべての群に適用できるが符号長が 2 倍になること、(2) 位数 16 の群はすべて位数 8 の群を部分群に持つが、Type 2 により 3 ビットの符号を拡大する形で 4

ビットの Gray 符号を構成できるのは、14 種類ある位数 16 の群のうちわずか 6 種にとどまること、などである。

2. Gray 符号の新たな構成方法を提案した。この方法は、affine permutation 群のなかで符号化しようとする群と同型でかつある性質を持った部分群を探そうというものであって、原理的には p 群のみならず、任意の有限群にも適用可能な柔軟なものである。これにより Type 1 や Type 2 にあった符号構成段階での制約が著しく軽減され、多様な符号を探すことが可能になった。実際、この方法を用いて位数 16 の群の Gray 符号の構成を試みたところ、多くに 4 ビットの符号が構成できた。うまく行かなかったいくつか例外についても、5 ビット、6 ビットの符号ならば構成できるものがあった。また、巡回群や 2 面体群など、一部の非 p 群についても Gray 符号の構成に成功した。
3. 上の 2 で述べた新たな構成は、柔軟性が高いとはいえ、基本的に探索を中心とする手法に頼るものであった。そこで、これに Sobhani の Type 2 のアイデアを組合せて、半直積構造を持つ群の場合にその構造を利用して、部分群の Gray 符号を拡大する形で全体の群の Gray 符号を設計するという手法を考案した。これにより符号の構成法が手順化され、例えば 2 で述べた位数 16 の群のための Gray 符号を探す際の手間ひまが、多くの場合に著しく改善された

審 査 の 要 旨

〔批評〕

Gray 符号は、符号理論研究全体の中で大きな位置を占めるものとはいえない。そのせいもあり、たくさんの先行研究があるとは言えない状況の中で、Sobhani のアイデアは、その方向の研究の端緒をひらくものだったといえよう。しかし、Gray 符号の定義はともかくとして、Sobhani によって提案された構成手法などは、多少皮相的な感があり、有用性や適用範囲の面で十分なものではなかった。

本研究は、Sobhani の構成方法にあった難点に着目してそれを克服することで、より広い群に対して Gray 符号の設計手法を与えたという点で注目に値する。特に、群の Gray 符号の表面的な定義にとらわれず、その構造を本質的に表現するものは、表現自体だけにあるのではなく affine permutation 群という符号表現の変換群にあるということを見出し、その観点から符号の構成を論じたことは、符号構成の柔軟性を高めかつより自然な符号が作れるようになったという点で重要である。

さらに、定義だけからは Gray 符号はまったく非構成的であったのに対し、上の構成と Sobhani の Type 2 から借りたアイデアを組み合わせ、ただの試行錯誤に陥りがちだった構成手法をうまく手順化することができ、設計時の手間の省力化に繋がったということは、工学的にきわめて重要である。また、この手順作成には数学的な考察が巧妙に使われており、その考察は、工学的な効果を考えずに、純理論的にも重要な成果と考える。

本論文は、以上の理論的成果に加え、位数 16 の群に対して具体的に Gray 符号の構成を試みて、構成法がうまく行く場合はその成果を伝え、うまく行かない場合でもその原因を探っている。その点で今後の Gray 符号研究の促進に寄与するだろうということも評価してよい。

〔最終試験結果〕

平成29年10月19日、数理物質科学研究科学学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項について質疑を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判断された。

〔結論〕

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。